

名师点拨

每周一与您见面,敬请关注!
特邀请市各校名师为初中生、高中生各学科各阶段的学习、复习要点做详细指点,简释学习中的疑点和难点问题,有效地帮助您理解并掌握有关知识。

电话:84783604 邮箱:kbrj@kuaibao.net

导数是中学数学的重点与难点,通过导数把中学数学与大学数学联系起来,导数是高考的必考内容。导数作为一种工具,在求函数的单调性、求函数的极值、求函数的最值、求曲线上某一点或过某一点的切线方程等问题时极为方便,可以解决许多初等数学中需要很技巧性的题目,但是对导数概念理解不到位或把握不全面,对题意理解不准确,就容易做错或会而不对,从而不全的解答。本文将通过以下典型例题的解答分析,帮助同学们避免出现类似的情况。

易错点一、运用导数的定义求导时在形式上把握不准

例1 设 $f(x) = \frac{f(x_0+2\Delta x) - f(x_0)}{2\Delta x}$, 则当 $\Delta x \rightarrow 0$ 时, 求 $f'(x_0)$ 的值。

$$\text{错解: } \frac{f(x_0+2\Delta x) - f(x_0)}{2\Delta x} \rightarrow \lim_{\Delta x \rightarrow 0} f'(x_0)$$

错解:

$$\therefore f'(x_0) = 1$$

$$\begin{aligned} f(x_0+2\Delta x) - f(x_0) &= f(x_0+2\Delta x) - f(x_0) + (-2\Delta x+0) \\ \text{错解: } &= (x_0+2\Delta x) - x_0 - 2\Delta x \end{aligned}$$

错解: $\therefore f'(x_0) = -1$ 【点评】运用导数的定义求导时在形式上要严格按照定义的形式, 应注意两点: 一是 Δx 的符号, 二是 Δx 的系数。

易错点二、运用导数求曲线的切线过某一点问题

例2 过点 $P(2, -1)$ 由曲线 $C: y = x^2 - 2x^2 + x - 3$ 相切的切线方程错解: 由题意 $y' = 3x^2 - 4x + 1$

$$\therefore k = y'|_{x=2} = 5$$

$$\therefore \text{切线方程: } y + 1 = 5(x - 2)$$

错解: 由题意坐标 $(x_0, x_0^2 - 2x_0^2 + x_0 - 3)$ 及 $y' = 3x^2 - 4x + 1$

$$\therefore k = 3x_0^2 - 4x_0 + 1$$

$$\therefore \text{切线方程: } y - x_0^2 + 2x_0^2 - 3 = (3x_0^2 - 4x_0 + 1)(x - x_0)$$

上式整理: $x^2 - 2x^2 + 3 = 0$ ∴ 切点坐标为 $(1, -1)$ 或无, 3∴ 切线方程为 $y + 1 = 0$ 或 $y = -3$

【点评】过点的切线方程, 考虑到该点可能不是切点, 可在求导数的切线方程中, 考虑是否是切点。

易错点三、运用导数求函数的单侧性时注意定义域

例3 已知函数 $f(x) = \ln x + \frac{1}{x}$, 当 $x > 0$ 时, 求其单侧区间。错解: $f'(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$

$$\therefore f'(x) > 0 \quad \therefore x > 1 \quad \therefore f(x)$$

错解: $f'(x) < 0 \quad \therefore x < 1 \quad \therefore f(x)$

上解: 由题意, 函数的定义域为

$$\therefore f'(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^2}$$

$$\therefore f'(x) > 0 \quad \therefore x > 1 \quad \therefore f(x)$$

今分情况讨论: $x < 1$ 时, $f'(x) < 0$ 且 $f(x)$ 在 $(-\infty, 1)$ 上单调递减。错解: $f'(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^2} < 0$ 在 $(0, 1)$ 上单调递增。错解: $\therefore f(x) = \ln x + \frac{1}{x}$ 在 $[0, 1]$ 上单调递减。**导数中常遇的几个问题**

江苏省海安高级中学 季林波

$$\begin{cases} f'(0) < 0 \\ f'(1) > 0 \\ \therefore a > 1 \end{cases}$$

正解: 由题意 $f'(x) = 3x^2 - 2ax - 1 \leq 0$ 在 $[0, 1]$ 上恒成立

$$\begin{cases} f'(0) \leq 0 \\ f'(1) \leq 0 \\ \therefore a \geq 1 \end{cases}$$

【点评】 $\therefore a \geq 1$, $f'(x) = 3x^2 - 2ax - 1 = -(x+1)(x-a)$

$$\therefore 3x^2 - (\frac{1}{3}a+1)x - 1 > 0$$

∴ $f(x)$ 在 $(-\frac{1}{3}, 1)$ 上单调递增, $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上单调递增。所以若已知函数 $f(x)$ 在 (a, b) 上单调递增(递减), 则一定注意 $f'(x) \geq 0$ (≤ 0) 在 (a, b) 恒成立, 否则将会违反区间的端点值。

易错点五、“△”漏洞的确定

例5 已知函数 $f(x) = x^2 - ax^2 + (a+6)x + 1$ 存在极值, 求实数 a 的取值范围错解: 由题意 $f'(x) = 3x^2 - 2ax + (a+6)$ 对应方程 $f'(x) = 3x^2 - 2ax + (a+6) = 0$ 有实根

$$\therefore \Delta = 4a^2 - 12(a+6) \geq 0$$

$$\therefore (a-6)(a+3) \geq 0$$

$$\therefore a \leq -3 \text{ 或 } a \geq 6$$

正解: 由题意 $f'(x) = 3x^2 - 2ax + (a+6)$ 为方程 $f'(x) = 3x^2 - 2ax + (a+6) = 0$ 有三个不同的根

$$\therefore \Delta = 4a^2 - 12(a+6) > 0$$

$$\therefore (a-6)(a+3) > 0$$

$$\therefore a < -3 \text{ 或 } a > 6$$

【点评】以为极值等于零是函数的极值, 其实不然, 例如函数 $y = x^3$, 其导数 $y' = 3x^2$ 代入等于零, 但函数在该点上单调递增, 局部的定义不成立。同样三次函数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 也有三个单调区间而等价于其导函数对应方程有两个不等实根。易错点六: 设 $f(x)$ 是可导函数, $f'(x_0) = 0$ 是函数 $f(x)$ 在 x_0 处取极值的必要不充分条件。例6 函数 $f(x) = x^2 - ax^2 + (a+6)x + 1$ 在 $x=0$ 时有极值, 求 a 的值。错解: 由题意 $f'(x) = 3x^2 - 2ax - 1 = 0$

$$\therefore f'(0) = -1 - a = 0 \quad \therefore a = -1$$

$$\therefore \begin{cases} a = -1 \\ a+6 = 5 \end{cases}$$

正解: 由题意 $f'(x) = 3x^2 - 2ax - 1$

$$\therefore \begin{cases} f'(0) = -1 - a = 0 \\ f'(1) = 3 - 2a - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} a = -1 \\ a = 1 \end{cases}$$

检验: 当 $a = -1, b = 5$ 时, $f(x) = 3x^2 - 6x + 5 - 3(x-1)^2 \geq 0$,此时 $x=1$ 不是极值点, $\therefore a = -1, b = 1$ 。例7 已知函数 $f(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$, 当 $x = -1$ 时, $f'(x)$ 有极大值; 当 $x = 1$ 时, $f'(x)$ 有极小值。错解: 由题意, 函数的定义域为 R

$$f'(x) = \frac{2x}{1+x^2} - \frac{2x^2}{(1+x^2)^2}$$

$$= \frac{2+3x^2}{(1+x^2)^2} (x \neq 0)$$

x	$(-\infty, -\frac{2}{3})$	$-\frac{2}{3}$	$(-\frac{2}{3}, 0)$	0	$(0, +\infty)$
$f'(x)$		0	-	+	未定义
$f(x)$	↑↑↑	极大值	↘↘	极小值	↑↑↑

 $\therefore x = -\frac{2}{3}$ 时, $f'(x)$ 在该点值; 当 $x = 0$ 时, $f'(x)$ 有极小值。【点评】1. 由 $f'(x_0) = 0$ 不一定有 x_0 是极值点, 同学们在解题时一定要注意检验。2. 在 x_0 处有极值, $f'(x_0)$ 不一定等于零。在第 7 中以函数的定义域为 R , 而且函数在 $x = 0$ 处没有意义, 但由极值定义我们发现在 R 的两侧单调性相反,所以 $x = 0$ 处取得极值, 此时这样的点我们称为可变点或不可导点。再如函数 $x - |\frac{1}{x}|$ 在 $x = 0$ 不可导, 但 $x = 0$ 是它的一个极小值点。**北大青鸟APTECH 网络工程师培训中的“黄埔军校”**

(南京鼓楼)

北大青鸟南京鼓楼校区“全国十佳IT培训中心”“全国诚信办学单位”

就业优势

学员的就业: 南京鼓楼中心已为长三角输送大批网络人才, 初次就业薪酬远高于大学本科毕业生平均水平, 更有学员月薪达到5000元以上。

就业率是基本要求: 获得证书的毕业学员全部成功就业, 这只是起步, 学员高薪就业才是我们的最终目标!

保障就业质量: 心从四个方面来保障就业质量, 学员IT行业就业比例、规模企业就业比例、IT岗位就业比例以及就业后的新薪资水平。

说的好不如做的好: 虽然我们不承诺包就业, 北大青鸟有庞大的就业体系, 青鸟学员更以实际的技术能力、良好的职业素质深受企业青睐。事实证明, 我们做的比说的好。

网络工程师就业面广

信息化社会网络工程师的就业不再局限于某个特定产业, 各行各业的网络人才需求注定了其就业的广泛性。

网络工程师职业生涯长

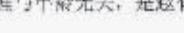
网络工程师的职业生涯与年龄无关, 是越有经验越有钱的职业。

咨询热线: 025-83243609\10 网址: www.njqn.com.cn 地址: 山西路8号金山大厦A楼9层

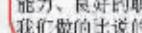
证书样本



学士学位证书



学士学位证书



学士学位证书

学“软件测试”渡求职寒冬入高薪行业

北大青鸟南京(鼓楼校区) 华东第一家

学“软件测试”首选鼓楼校区!

★ 软件测试工程师已被国家信产部列为“紧缺人才”, 就业竞争小。

★ 人才缺口近30万, 以稀为“贵”, 起薪3000~4000元/月。

★ 薪资涨幅大, 工作2至3年, 年薪可达8万元~10万元。

★ 系统培训相当于一年项目实践, 入行不再是“零经验”。

★ 就业起点均为中大型企业, 福利待遇好, 发展空间大。

★ 国内首屈一指系统软件测试专业课程, 入学专业背景不限。

★ 北大青鸟华东区第一家软件测试培训学校

★ “首届南京大学生最喜爱培训机构”称号

★ “南京最具含金量IT培训奖”称号

★ 经政府评审认定为“南京软件人才培养基地”

★ 入学即签订100%推荐就业协议

★ 国家“软件测评师”资格认证南京指定考点

咨询热线: 400-888-6020 (欢迎应届生咨询报名, 优先推荐!) 中心网址: (提供免费在线咨询)

中心地址: 中山北路26号(鼓楼转盘附近)新晨国际大厦14层 www.js-btesting.com

电话: 025-83597562 83901214 84214390 http://b372680.xici.net

招聘

工程

经济

专·本学历

职称评审

经济

专·本学历

职称评审

经济

专·本学历

职称评审

经济

专·本学历

职称评审

经济

专·本学历